

FP INSTALACIÓN Y MANTENIMIENTO  
G.S. MECATRÓNICA INDUSTRIAL

# ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Pedro José Fernández Concellón



Segunda edición

Complementos digitales



  
EDITORIAL  
SÍNTESIS

# Elementos de máquinas

Pedro José Fernández Concellón

(segunda edición)



© Pedro José Fernández Concellón

© EDITORIAL SÍNTESIS, S. A.  
Vallehermoso, 34. 28015 Madrid  
Teléfono 91 593 20 98  
[www.sintesis.com](http://www.sintesis.com)

ISBN: 979-13-7055-012-7  
Depósito Legal: M-17.037-2026

Impreso en España - Printed in Spain

Reservados todos los derechos. Está prohibido, bajo las sanciones penales y el resarcimiento civil previstos en las leyes, reproducir, registrar o transmitir esta publicación, íntegra o parcialmente, por cualquier sistema de recuperación y por cualquier medio, sea mecánico, electrónico, magnético, electroóptico, por fotocopia o por cualquier otro, sin la autorización previa por escrito de Editorial Síntesis, S. A.

# ÍNDICE

## Prólogo

10

## 1. Introducción a los elementos de máquinas

RA4, RA5

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	12
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	12
Mapa conceptual .....	13
Glosario .....	14
Punto de partida .....	15
1.1. Introducción .....	16
1.2. Mecanismos, sistemas y elementos mecánicos .....	17
1.3. Conceptos y magnitudes mecánicas .....	19
1.3.1. Fuerzas y pares de fuerza .....	19
1.3.2. Principio de acción y reacción .....	24
1.3.3. Rozamiento .....	29
1.3.4. Movimientos característicos .....	30
1.3.5. Velocidad, potencia y trabajo .....	31
1.3.6. Rendimiento .....	36
Ideas clave .....	38
Aplica lo aprendido .....	39
Solución del punto de partida .....	40
Práctica profesional .....	41
Ponte a prueba .....	42

## 2. Cadenas cinemáticas

RA1, RA2, RA5

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	44
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	44

Mapa conceptual .....	45
Glosario .....	46
Punto de partida .....	46
2.1. Introducción .....	47
2.2. Identificación de cadenas cinemáticas .....	48
2.3. Conceptos y magnitudes asociadas a las cadenas cinemáticas .....	50
2.3.1. Velocidades de los eslabones .....	51
2.3.2. Relación de transmisión .....	53
2.3.3. Tipos de transmisiones mecánicas .....	57
2.3.4. Transmisiones variables .....	68
2.3.5. Análisis y cálculo cinemáticos de mecanismos planos .....	69
Ideas clave .....	74
Aplica lo aprendido .....	75
Solución del punto de partida .....	76
Práctica profesional .....	77
Ponte a prueba .....	78

### 3. Conocimiento de materiales

**RA3**

Resultado de aprendizaje y criterios de evaluación .....	80
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	80
Mapa conceptual .....	81
Glosario .....	82
Punto de partida .....	82
3.1. Introducción .....	83
3.2. Clasificación de los materiales .....	84
3.2.1. Enlaces químicos .....	86
3.2.2. Estructura de los materiales .....	86
3.3. Propiedades de los materiales .....	87
3.3.1. Propiedades físicas .....	88
3.3.2. Propiedades mecánicas .....	89
3.3.3. Propiedades tecnológicas .....	90
3.4. Materiales metálicos .....	93
3.4.1. Materiales metálicos férricos .....	93
Ideas clave .....	109
Aplica lo aprendido .....	110
Solución del punto de partida .....	111
Práctica profesional .....	113
Ponte a prueba .....	114

<b>4. Materiales y tratamientos térmicos</b>	<b>RA3</b>
Resultado de aprendizaje y criterios de evaluación .....	116
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	116
Mapa conceptual .....	117
Glosario .....	118
Punto de partida .....	118
4.1. Introducción .....	119
4.2. Materiales metálicos .....	119
4.2.1. Materiales metálicos no férricos .....	120
4.3. Materiales cerámicos .....	126
4.3.1. Cerámicos compuestos por silicatos .....	127
4.3.2. Cerámicas abrasivas .....	128
4.3.3. Cerámicas formadas por carbono .....	129
4.4. Los polímeros .....	130
4.5. Materiales compuestos .....	132
4.5.1. Materiales compuestos reforzados con fibras .....	132
4.5.2. Materiales compuestos laminares .....	132
4.5.3. Materiales compuestos tipo sándwich .....	133
4.6. Tratamientos térmicos .....	133
4.6.1. Etapas de un tratamiento térmico .....	135
4.6.2. Tratamientos que no modifican la composición química del producto .....	138
4.6.3. Tratamientos que modifican la composición química del producto .....	142
Ideas clave .....	144
Aplica lo aprendido .....	145
Solución del punto de partida .....	146
Práctica profesional .....	149
Ponte a prueba .....	150

<b>5. Resistencia de materiales</b>	<b>RA3</b>
Resultado de aprendizaje y criterios de evaluación .....	152
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	152
Mapa conceptual .....	153
Glosario .....	154
Punto de partida .....	154
5.1. Introducción .....	155
5.2. Resistencia de materiales .....	156
5.2.1. Cuerpo rígido .....	156
5.2.2. Esfuerzos .....	157
5.2.3. Diagramas de esfuerzos .....	158

5.2.4. Tensiones .....	168
5.2.5. Coeficiente de seguridad .....	174
<b>5.3. Selección de materiales .....</b>	<b>175</b>
5.3.1. Obtención de datos de materiales .....	176
5.3.2. Criterios que influyen en la selección de materiales .....	176
5.3.3. Repercusión social y medioambiental .....	177
<b>Ideas clave .....</b>	<b>180</b>
<b>Aplica lo aprendido .....</b>	<b>181</b>
<b>Solución del punto de partida .....</b>	<b>182</b>
<b>Práctica profesional .....</b>	<b>185</b>
<b>Ponte a prueba .....</b>	<b>186</b>

## **6. Elementos de transmisión y transformación de movimientos (I) RA1, RA4, RA5**

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	188
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	188
Mapa conceptual .....	189
Glosario .....	190
Punto de partida .....	191
<b>6.1. Introducción .....</b>	<b>192</b>
<b>6.2. Ejes y árboles de transmisión .....</b>	<b>192</b>
6.2.1. Aspectos generales .....	193
6.2.2. Cálculo dimensional de un eje .....	194
6.2.3. Selección de ejes comerciales .....	202
<b>6.3. Engranajes .....</b>	<b>202</b>
6.3.1. Aspectos generales .....	202
6.3.2. Cálculo dimensional de engranajes .....	210
6.3.3. Selección de engranajes comerciales .....	215
<b>6.4. Levas .....</b>	<b>216</b>
6.4.1. Aspectos generales .....	216
<b>Ideas clave .....</b>	<b>218</b>
<b>Aplica lo aprendido .....</b>	<b>219</b>
<b>Solución del punto de partida .....</b>	<b>220</b>
<b>Práctica profesional .....</b>	<b>223</b>
<b>Ponte a prueba .....</b>	<b>224</b>

## **7. Elementos de transmisión y transformación de movimientos (II) RA1, RA4, RA5**

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	226
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	226
Mapa conceptual .....	227

Glosario .....	228
Punto de partida .....	228
7.1. Introducción .....	229
7.2. Correas .....	230
7.2.1. Aspectos generales .....	230
7.2.2. Cálculo dimensional de elementos .....	232
7.2.3. Selección de correas .....	237
7.3. Cadenas de rodillos .....	238
7.3.1. Aspectos generales .....	239
7.3.2. Cálculo dimensional de elementos .....	240
7.3.3. Selección de componentes comerciales .....	241
7.4. Tornillos de potencia .....	242
7.4.1. Aspectos generales .....	243
7.4.2. Cálculo dimensional de elementos .....	244
7.4.3. Selección de componentes comerciales .....	253
Ideas clave .....	256
Aplica lo aprendido .....	257
Solución del punto de partida .....	258
Práctica profesional .....	260
Ponte a prueba .....	262

## 8. Elementos de retención de movimientos

RA1, RA4, RA5

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	264
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	264
Mapa conceptual .....	265
Glosario .....	266
Punto de partida .....	266
8.1. Introducción .....	268
8.2. Tornillos de apriete .....	268
8.2.1. Aspectos generales .....	268
8.2.2. Cálculo dimensional de elementos .....	274
8.2.3. Selección de tornillos .....	279
8.3. Pasadores .....	282
8.3.1. Aspectos generales .....	282
8.3.2. Cálculo dimensional de elementos .....	283
8.3.3. Selección de componentes comerciales .....	284
8.4. Chavetas .....	284
8.4.1. Aspectos generales .....	284
8.4.2. Cálculo dimensional de elementos .....	287

8.4.3. Selección de componentes comerciales .....	289
Ideas clave .....	295
Aplica lo aprendido .....	296
Solución del punto de partida .....	297
Práctica profesional .....	300
Ponte a prueba .....	302

## 9. Elementos que permiten movimientos relativos

RA1, RA4, RA5

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	304
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	304
Mapa conceptual .....	305
Glosario .....	306
Punto de partida .....	306
9.1. Introducción .....	307
9.2. Rodamientos .....	308
9.2.1. Aspectos generales .....	308
9.2.2. Cálculo dimensional de elementos .....	312
9.2.3. Selección de rodamientos .....	315
9.3. Cojinetes .....	323
9.3.1. Aspectos generales .....	323
9.3.2. Cálculo dimensional de los cojinetes de fricción .....	326
9.3.3. Selección de componentes comerciales .....	329
9.4. Muelles y amortiguadores .....	331
9.4.1. Aspectos generales .....	331
Ideas clave .....	335
Aplica lo aprendido .....	336
Solución del punto de partida .....	337
Práctica profesional .....	342
Ponte a prueba .....	344

## 10. Desgaste y lubricación de elementos de máquinas

RA1, RA3

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	346
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	346
Mapa conceptual .....	347
Glosario .....	348
Punto de partida .....	348
10.1. Introducción .....	349
10.2. La lubricación .....	350

10.3. Propiedades de los lubricantes .....	350
10.4. Tipos y características de los lubricantes .....	351
10.4.1. Tipos de lubricantes .....	352
10.5. Sistemas de lubricación .....	355
10.5.1. Lubricación por aceite perdido .....	355
10.5.2. Lubricación por grasa .....	355
10.5.3. Lubricación por recirculación .....	356
10.5.4. Lubricación mixta aire/aceite .....	356
10.5.5. Lubricación por proyección de aceite .....	357
10.5.6. Lubricación hidrodinámica .....	357
10.5.7. Lubricación untuosa .....	357
10.5.8. Lubricación límite .....	358
10.6. Desgaste en elementos de máquinas .....	358
10.6.1. Tipos de desgaste .....	359
10.6.2. Periodos de regulación o sustitución de elementos sometidos a desgaste .....	360
Ideas clave .....	363
Aplica lo aprendido .....	364
Solución del punto de partida .....	365
Práctica profesional .....	367
Ponte a prueba .....	368

## 11. Tolerancias, ajustes y acabados superficiales

RA1, RA2, RA3

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación .....	370
Objetivos de Desarrollo Sostenible .....	370
Mapa conceptual .....	371
Glosario .....	372
Punto de partida .....	372
11.1. Introducción .....	374
11.2. Tolerancias y ajustes .....	375
11.2.1. Tolerancias dimensionales .....	375
11.2.2. Ajustes .....	379
11.2.3. Tolerancias geométricas .....	382
11.3. Acabados superficiales .....	384
11.3.1. Definición .....	384
11.3.2. Parámetros identificables en el perfil .....	384
11.3.3. Indicación del acabado superficial en un plano .....	387
11.4. Transmisión de potencia en acoplamientos cilíndricos con apriete .....	388
11.4.1. Presión de contacto .....	388
11.4.2. Par transmisible .....	389

Ideas clave .....	391
Aplica lo aprendido .....	392
Solución del punto de partida .....	393
Práctica profesional .....	395
Ponte a prueba .....	396

## ÍNDICE DE COMPLEMENTOS DIGITALES

---

Complemento digital 1.1. Vectores
Complemento digital 1.2. Operaciones matemáticas con fuerzas
Complemento digital 1.3. Potencia y par
Complemento digital 2.1. Variación flexible de la relación de transmisión en motores con transmisiones mecánicas acopladas
Complemento digital 3.1. Ensayos destructivos
Complemento digital 3.2. Designación de aceros AISI
Complemento digital 4.1. Ensayo Jominy
Complemento digital 6.1. Factor de forma de Lewis
Complemento digital 6.2. Verificación del coeficiente de seguridad en una transmisión por engranajes
Complemento digital 7.1. Selección de correas
Complemento digital 7.2. Selección de una cadena de rodillos para la transmisión de potencia
Complemento digital 7.3. Análisis del movimiento de cargas mediante un tornillo de rosca cuadrada
Complemento digital 8.1. Perfiles de rosca normalizada
Complemento digital 9.1. Aislamiento de vibraciones y selección de resortes helicoidales y amortiguadores
Complemento digital 11.1. Desviaciones fundamentales
Complemento digital 11.2. Tolerancias geométricas

# 2

# Cadenas cinemáticas

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN

**RA 1.** Determina la función de las partes y elementos de un sistema mecánico y su relación con el resto de componentes, analizando la documentación técnica.

- c) Se han relacionado los distintos mecanismos en función de las transformaciones del movimiento que producen.
- d) Se han identificado los órganos de transmisión y la función que cumplen en las cadenas cinemáticas.

**RA2.** Relaciona soluciones constructivas de mecanismos con las funciones que desempeñan, interpretando el sistema en su conjunto.

- b) Se han interpretado planos de conjunto de mecanismos, analizando la función y relación de los diferentes elementos.
- c) Se han calculado los límites de operación del mecanismo, en función de las características físicas, técnicas y geométricas de sus elementos.
- d) Se ha determinado la relación existente entre las variables de entrada y salida del mecanismo

**RA 5.** Calcula las magnitudes cinemáticas y dinámicas de operación de cadenas cinemáticas, partiendo de una configuración dada.

- a) Se han seleccionado las fórmulas y unidades que se van a utilizar en el cálculo de los elementos, en función de las características de los mismos.
- b) Se han determinado las dimensiones geométricas necesarias.
- c) Se han calculado velocidades lineales y de rotación a partir de especificaciones de partida.
- d) Se ha calculado el valor del par y potencia transmitidos.
- e) Se han determinado la relación y rendimiento de transmisión de la cadena cinemática.



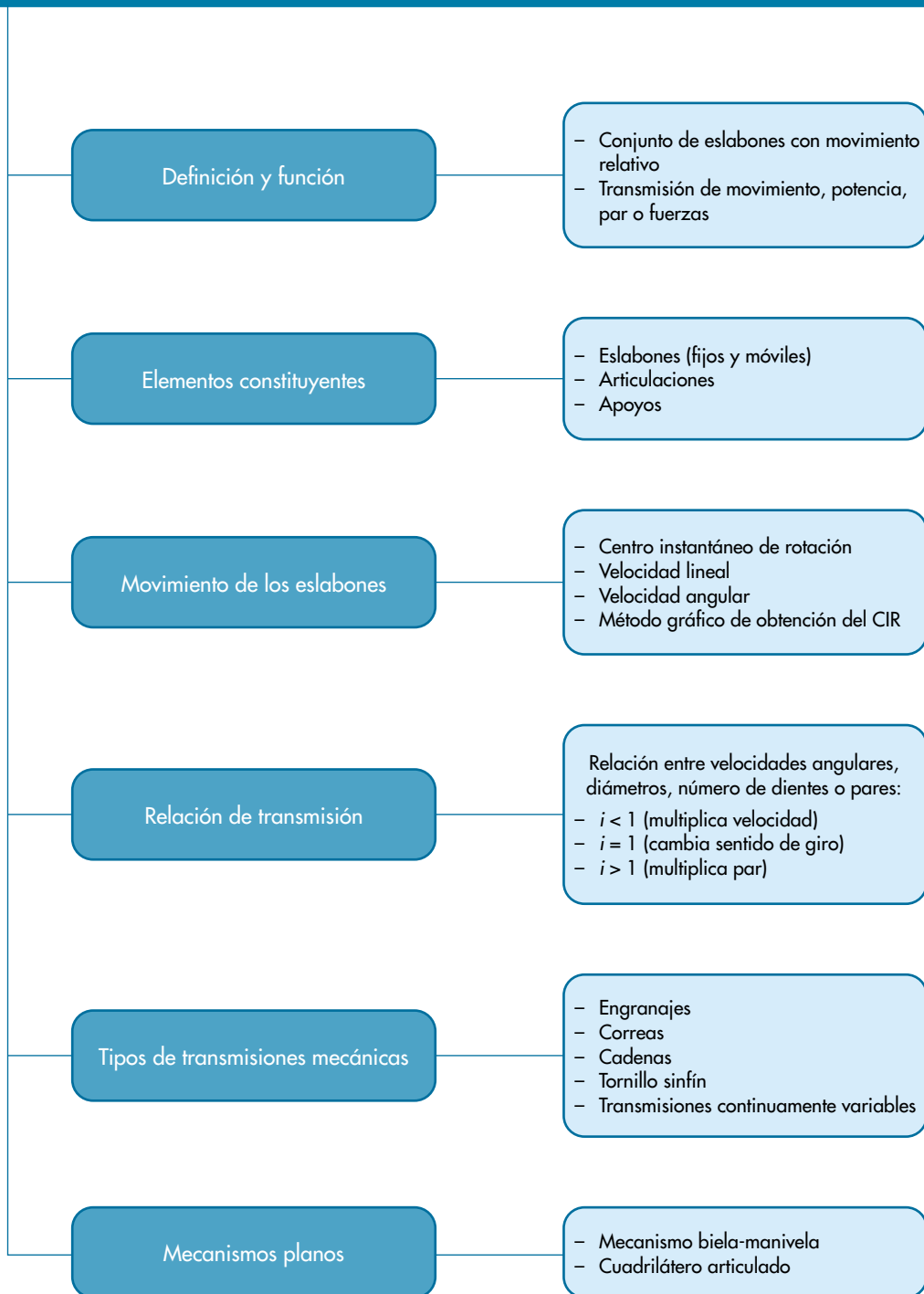
## Objetivos de Desarrollo Sostenible

En este capítulo se van a trabajar los ODS 9 y 13.



## MAPA CONCEPTUAL

### CADENAS CINEMÁTICAS





## GLOSARIO

- Biela.** Eslabón de un mecanismo que combina movimientos de traslación y giro. Actúa como un elemento de conexión entre la manivela y el pistón para transmitir el movimiento de uno a otro, en un motor de combustión.
- Cadena cinemática.** Conjunto de eslabones, con movimiento relativo permitido entre ellos, cuya finalidad es la de transmitir el movimiento, la potencia, el par o las fuerzas de una manera determinada.
- Centro instantáneo de rotación.** Punto que no posee velocidad lineal y sobre el que un cuerpo gira de manera instantánea. No tiene que ser siempre el mismo punto del cuerpo ni permanecer en la misma posición relativa al resto de puntos del cuerpo.
- Cuadrilátero articulado.** Mecanismo formado por cuatro eslabones unidos mediante articulaciones, donde uno de ellos es fijo. El movimiento de estos está condicionado por las longitudes relativas de sus eslabones según el teorema de Grashof.
- Engranajes epicicloidales.** Conjunto de engranajes dispuestos de tal forma que giran alrededor de uno de ellos, el planeta, pudiendo quedar bloqueados independientemente, obteniendo en cada caso diferentes relaciones de transmisión.
- Eslabón.** Elemento transmisor de movimiento, fuerza, potencia, etc. que en sus extremos posee articulaciones que le permiten estar conectado con otros eslabones.
- Irreversibilidad.** Aplicado a una transmisión mecánica, condición que impide retornar a la posición anterior sin aplicar una fuerza o par externo adicional para ello.
- Manivela.** Eslabón de un mecanismo que tiene la capacidad de realizar giros completos alrededor de su centro instantáneo de rotación.
- Mecanismo biela-manivela.** Conjunto de tres eslabones (manivela, biela y pistón) cuya finalidad es transformar un movimiento de rotación en un movimiento de traslación alternativo, o a la inversa. Presente en motores de combustión y compresores.
- Relación de transmisión.** Relación entre las velocidades angulares, los diámetros o los números de dientes o los pares que se transmiten entre una pareja de ejes conectados a través de engranajes, correas, cadenas, etc.
- Teorema de Grashof.** Principio que determina la capacidad de giro de los eslabones en un cuadrilátero articulado. Establece que al menos uno de ellos podrá realizar giros completos si la suma de las longitudes del eslabón más corto y el más largo es menor o igual que la suma de las longitudes de los otros dos.
- Transmisión continuamente variable.** Sistema de transmisión mecánica que permite alterar la relación de transmisión de forma automática y continua dentro de un rango de funcionamiento, mediante, por ejemplo, poleas de caras desplazables o sistemas toroidales.

## PUNTO DE PARTIDA



### *Cadenas cinemáticas de las máquinas-herramienta del aula-taller*

En el aula taller del instituto existen varias máquinas-herramienta que se utilizan en el módulo de Procesos de fabricación. Entre ellas se encuentra un torno manual paralelo, una fresadora universal, una cizalla manual y un taladro de columna. Los profesores que

imparten ese módulo necesitan documentar estas máquinas y para ello van a necesitar la ayuda de los alumnos. El trabajo a realizar que se os encomienda es elaborar un croquis de las cadenas cinemáticas de cada máquina. A partir de estos croquis, se calcularán varias magnitudes cinemáticas que guardan relación directa con los procesos de fabricación que se llevarán a cabo con ellas.

Posteriormente, a partir de la información gráfica inicial, se elaborarán planos y se generarán despieces, así como listas de repuestos de componentes (esto se trabajará en posteriores capítulos).

1. *Análisis del funcionamiento de la máquina.* En esta primera fase analizaremos cómo se comporta una máquina cinemáticamente. Como estas máquinas están presentes en los talleres del instituto (la mayoría, si no, se escoge otra), se propone acceder al aula taller para ver cómo funciona cada una y qué movimientos realiza.
2. *Representación de las cadenas cinemáticas.* Una vez que se ha visualizado el funcionamiento de las máquinas, visto sus componentes y analizadas las conexiones o enlaces entre ellos, se representarán los croquis de cada una de las cadenas cinemáticas existentes en las máquinas (algunas, poseen varias, independientes entre sí).
3. *Cálculos cinemáticos.* A partir de cada situación analizada, se proporcionarán datos para que puedan calcularse velocidades lineales, velocidades de rotación y pares.

## 2.1. Introducción

Los elementos que constituyen las máquinas presentan una configuración y disposición dentro de estas que les permite moverse de una determinada manera. Su movimiento es estudiado y analizado por los ingenieros con el fin de transmitir potencia, transformar el movimiento u obtener una ventaja mecánica respecto de otras configuraciones, buscando llevar a cabo esto de la manera más eficiente posible, ocupando el mínimo espacio posible y garantizando la integridad y robustez de la máquina durante su funcionamiento.

Para poder intervenir en la constitución de una máquina, alterar la configuración de sus elementos, reemplazar estos y/o llevar a cabo su mantenimiento, es necesario entender cómo están unidos entre sí todos ellos, por qué se mueven de una determinada manera, así como su influencia en el funcionamiento de la máquina.

Para conseguir esto, en este capítulo se persiguen los siguientes objetivos:

- a) Identificar las cadenas cinemáticas presentes en las máquinas convencionales.
- b) Estudiar los movimientos de los eslabones que integran una cadena cinemática.
- c) Calcular magnitudes asociadas al movimiento de las cadenas cinemáticas
- d) Conocer, calcular y saber modificar la relación de transmisión de una cadena cinemática.
- e) Analizar la cinemática de los mecanismos biela-manivela, cuadrilátero articulado y de otras configuraciones cinemáticas, sus límites de operación y la relación entre sus variables.

Para el estudio de este capítulo es recomendable que hayamos entendido bien los conceptos de velocidad lineal y velocidad angular definidos en el capítulo anterior.



## SABÍAS QUE...

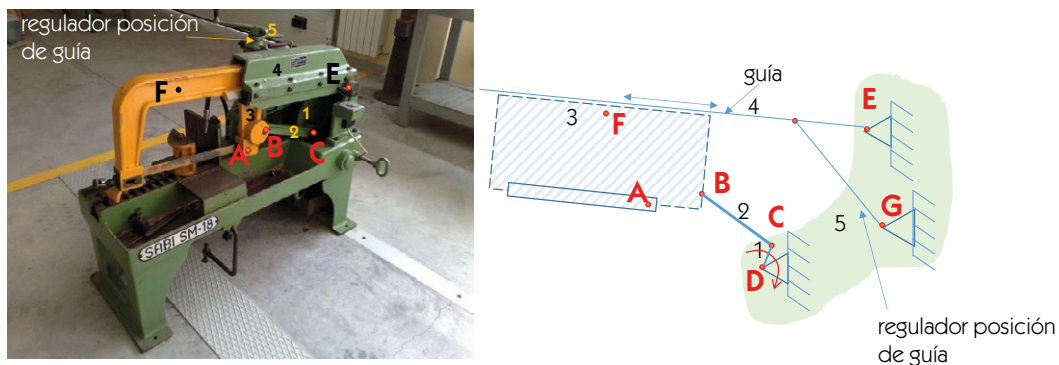
El cuerpo humano constituye un ejemplo natural de cadena cinemática: los huesos actúan como eslabones, los músculos como actuadores y el cerebro como elemento de control que ordena el movimiento. Este mismo principio se aplica en el diseño de prótesis y sistemas de rehabilitación avanzados, los cuales, al igual que las máquinas industriales, se fundamentan en cadenas cinemáticas para restituir o facilitar la movilidad de personas con alteraciones en su sistema locomotor.

## 2.2. Identificación de cadenas cinemáticas

Una cadena cinemática está formada por un conjunto de eslabones, con movimiento relativo permitido entre ellos, cuya finalidad es la de transmitir el movimiento, la potencia, el par o las fuerzas de una manera determinada.

Las máquinas están constituidas por mecanismos y elementos de máquinas que forman parte de diferentes cadenas cinemáticas. Estas difieren entre sí en la forma en que se produce la transmisión del movimiento, y esto depende de cómo sus eslabones están unidos entre sí.

En la figura 2.1 se muestra una máquina en la que se puede identificar su cadena cinemática. Veamos sus elementos.



**Figura 2.1**  
Cadena cinemática de la sierra alternativa

Los elementos que integran una cadena cinemática son los apoyos, los eslabones y las articulaciones, diferenciando entre los eslabones al fijo de los móviles, entre los que se encuentra el motor. Las articulaciones y los apoyos han sido identificados y detallados en el capítulo anterior. A continuación, se detallarán las características de los eslabones.

Un eslabón es un elemento transmisor de movimiento, fuerza, potencia, etc. y en sus extremos posee articulaciones que le permiten estar conectado con otros eslabones. Todos los puntos del eslabón pertenecen al mismo elemento de la máquina, poseen la misma velocidad angular y su posición relativa no varía.

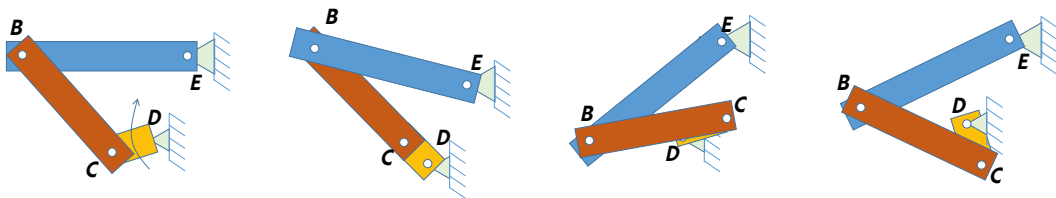
Los eslabones se representan mediante líneas rectas (siempre que se puede) que unen de la forma más corta posible los dos puntos del elemento de la máquina conectados con otros ele-

mentos o apoyos. Así, en la figura 2.1 se pueden identificar cinco eslabones, uno fijo (5) y cuatro eslabones móviles (1, 2, 3 y 4). El 4 hace de guía y durante la operación de corte va girando progresivamente conforme el material es cortado (si se bloquease su movimiento, la hoja de sierra llevaría a cabo su movimiento de traslación en la dirección de la guía, pero no penetraría poco a poco en la pieza a cortar).

En la figura 2.1 se ha representado el eslabón 3 con su interior rayado, dando a entender que cualquier punto de ese eslabón, se encuentre donde se encuentre (la hoja de sierra, el punto *A* o el arco que sustenta a estos), forma parte del mismo eslabón y por lo tanto posee la misma velocidad angular y está a la misma distancia del resto de puntos del eslabón siempre, su posición relativa no varía.

Sucede lo mismo con el eslabón *DC*. Este eslabón forma parte de un disco cilíndrico de la sierra. El disco gira en torno a un eje que pasa por el punto *D*, pero de este elemento el único punto que está conectado a otro elemento de la máquina es el punto *C*, por eso el eslabón, que une con una línea recta el camino más corto entre *D* y *C*, se ha representado tal y como se ve en la figura 2.2.

Por poner otro ejemplo más sencillo que el anterior, se va a mostrar el ciclo del movimiento completo de los eslabones de la cadena cinemática de un cuadrilátero articulado presente en otra máquina (correspondiente al giro completo,  $360^\circ$ , de su eslabón *DC*).



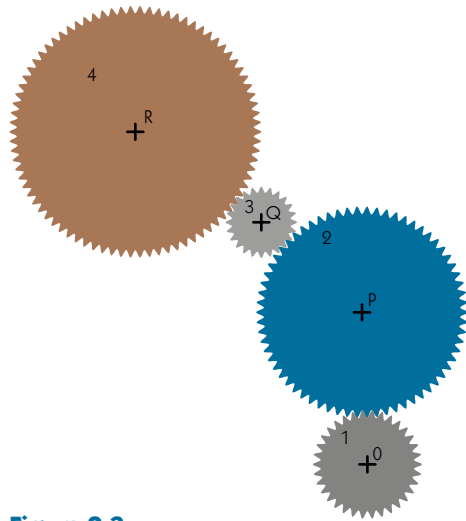
**Figura 2.2**  
Ciclo completo de la cadena cinemática de un cuadrilátero articulado

En este mecanismo el eslabón *DC* está apoyado en el punto *D* sobre un apoyo fijo. Este apoyo, como se vio en el capítulo anterior, permite el giro. El motor de la máquina se encarga de hacer girar al eslabón *DC* constantemente vueltas completas. El giro del eslabón *DC* se transmite al eslabón *CB* a través de la articulación tipo pasador existente en *C*. El punto *C* pertenece a ambos eslabones, y permite el giro relativo entre el eslabón *DC* y *CB*. Lo mismo sucede con el punto *B* y los eslabones *CB* y *BE*. En *E* existe otro apoyo, que como sucedía en *D*, permite el giro. El movimiento de los eslabones *CB* y *BE* depende de las dimensiones de estos y de la distancia entre los apoyos *D* y *E*.

Existen cadenas cinemáticas en las que los eslabones no mantienen el contacto entre ellos en los mismos puntos, como sí que sucedía en el ejemplo anterior, en el que los puntos *C* y *B* siempre eran los puntos de conexión entre los eslabones de la sierra, a los que se denominarán eslabones convencionales. Estas cadenas cinemáticas se encuentran en los trenes de engranajes, en las transmisiones por poleas o cadenas, en las transmisiones por tornillos de potencia, por rodillos o levas y en cadenas cinemáticas donde se encuentra algún elemento de los citados anteriormente en combinación con eslabones convencionales.

La cadena cinemática de la transmisión de la figura 2.3 está compuesta por cuatro engranajes, de los que el 1 es el motriz y el resto son movidos por él. Entre cada pareja de engranajes solo hay un punto en contacto, que va cambiando conforme giran los engranajes. Aunque el

punto cambie (porque pertenece a dientes diferentes), se cumple que el punto que está en contacto entre ambos engranajes se encuentra siempre a la misma distancia del respectivo centro de giro de cada engranaje, por lo que se puede seguir diciendo que, para cada eslabón de la cadena cinemática (para cada engranaje), la velocidad angular de todos los puntos del eslabón es la misma y su posición relativa no varía (ningún punto del engranaje se separa del resto de puntos que lo constituyen, es un sólido rígido). En este caso, a diferencia de lo que sucedía en el mecanismo representado en la figura 2.2, la posición de los eslabones no varía en el tiempo, los centros de cada engranaje permanecen en su posición inicial, cambiando en el tiempo únicamente el punto de contacto entre engranajes, que cambia al cambiar los dientes que están en contacto.



**Figura 2.3**  
Cadena cinemática de una transmisión por engranajes



### ACTIVIDAD PROPUESTA 2.1

Identifica los eslabones que constituyen la cadena cinemática del brazo de la excavadora de la imagen. Representa el movimiento de estos en conjunto, para la situación en la que el brazo se encuentra tal y como está en la imagen y para una situación extrema en la que el brazo permita que el cazo esté apoyado sobre el terreno.



## 2.3. Conceptos y magnitudes asociadas a las cadenas cinemáticas

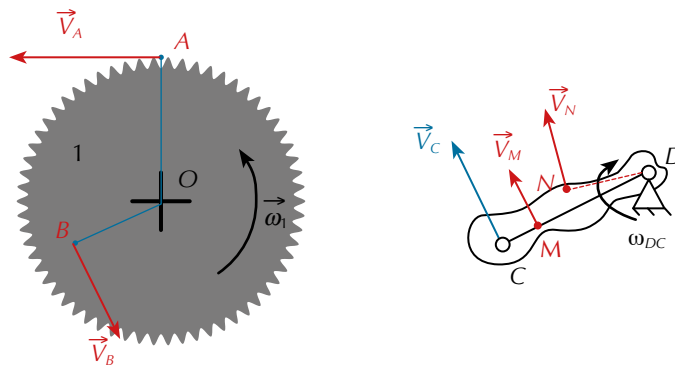
El movimiento de los eslabones de las cadenas cinemáticas está condicionado por las uniones de los puntos que los conectan. Normalmente, estas uniones son articulaciones de tipo pasador, pero pueden variar.

### 2.3.1. Velocidades de los eslabones

Asociado al desplazamiento de estos puntos conectados están sus velocidades lineales, que dependen de la velocidad angular que posea el eslabón. En el capítulo anterior se introdujo la relación entre la velocidad lineal y la angular, así como el concepto de centro instantáneo de rotación, y ahora se aplicarán para poder calcular las velocidades de todos los puntos de una cadena cinemática, empleando para ello tanto un método analítico como uno gráfico.

Como se indicó anteriormente, el centro instantáneo de rotación (CIR) de un cuerpo, en este caso de un eslabón, es aquel punto que no posee velocidad lineal y sobre el que el eslabón gira de manera instantánea (porque este centro instantáneo de rotación puede variar de un instante a otro). En el caso de los eslabones de la figura 2.3, el CIR del eslabón 1 es punto  $O$ , el del eslabón 2 el punto  $P$ , el del eslabón 3 el punto  $Q$  y el del 4 el punto  $R$ . Casualmente, estos CIR siempre están en la misma posición con respecto al resto de puntos de los eslabones, pero no tiene por qué suceder así.

Recordando lo indicado en el capítulo anterior, la dirección de la velocidad lineal de los puntos de un eslabón es perpendicular a la línea recta que une dichos puntos con el CIR del eslabón, respectivamente. Esto es muy importante dado que permite conocer dónde se encuentra el CIR de un eslabón si se conoce cómo se va a mover este, por el tipo de uniones que presenta con el resto de eslabones de la cadena cinemática.



**Figura 2.4**  
CIR y velocidades  
de dos eslabones

En la figura 2.4 se muestra esta propiedad para un engranaje y para el eslabón  $DC$  de la figura 2.1. Para el engranaje, el CIR se encuentra en el punto  $O$  y su posición respecto al resto de puntos del engranaje es invariable en el tiempo. La velocidad de un punto cualquiera del mismo,  $A$  o  $B$ , es proporcional a la distancia que separa cada punto del CIR y a la velocidad angular del engranaje, respectivamente. Su dirección, es perpendicular a la línea recta que une cada punto con el CIR.

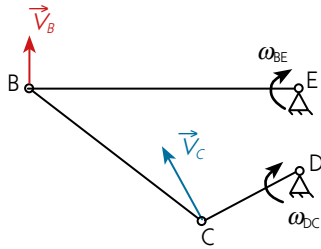
$$\vec{v}_A = \vec{\omega}_1 \cdot |\overline{OA}|$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_1 \cdot |\overline{OB}|$$

Con el eslabón  $DC$ , el CIR se encuentra en el punto  $D$  y la velocidad de cualquier punto de este eslabón, esté donde esté en el eslabón, es proporcional a la distancia que separa cada

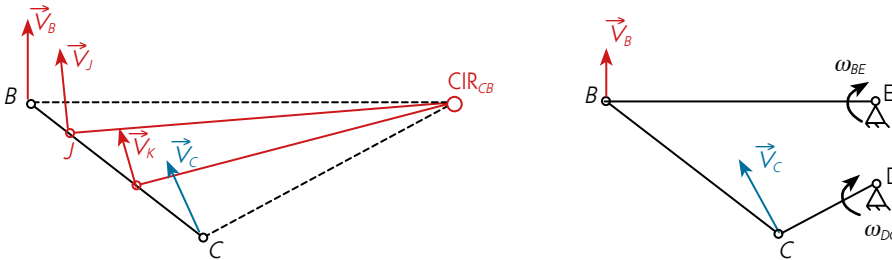
punto del CIR y a la velocidad angular del eslabón, respectivamente y su dirección, es perpendicular a la línea recta que une cada punto con el CIR (como sucede con los puntos  $C$ ,  $M$  y  $N$ )

Tomando como referencia de nuevo la cadena cinemática de la figura 2.1, para el eslabón  $CB$  no es tan sencillo obtener la posición de su CIR ni la dirección de las velocidades de sus puntos. Para ello, es necesario analizar el movimiento de la cadena cinemática global, viendo cómo se mueven los puntos de todos los eslabones que tienen relación con el eslabón  $CB$ . En este caso, el punto común al eslabón  $CB$  y al  $BE$  es el  $B$ . El eslabón  $BE$  está apoyado y gira en torno a  $E$ , por lo que su CIR está en  $E$  y es conocida la dirección de la velocidad de todos sus puntos, incluido  $B$ . En la figura 2.5 se muestran estas direcciones.



**Figura 2.5**  
Velocidades de los eslabones de la cadena cinemática de la sierra alternativa

Dado que ahora se conocen las velocidades de dos puntos del eslabón  $CB$ , se puede calcular gráficamente la posición de su CIR, para después calcular analíticamente la velocidad angular del eslabón. En la figura 2.6 se muestra cómo se halla gráficamente la posición del CIR del eslabón  $CB$ . Recordando que las direcciones de las velocidades lineales de los puntos de un eslabón son perpendiculares a las líneas que unen dichos puntos con el CIR del eslabón, si se traza una línea perpendicular a dichas velocidades conocidas ( $v_C$  y  $v_B$ ) pasando por dichos puntos respectivamente, se encuentra el CIR en la intersección de estas.



**Figura 2.6**  
Método gráfico de obtención del CIR

Para obtener analíticamente la velocidad angular del eslabón  $CB$  ha sido necesario previamente conocer la posición de su CIR. Con esta, se puede calcular así:

$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_{CB} \left| \overrightarrow{CIR_{CB}B} \right| \rightarrow \vec{\omega}_{CB} = \frac{\vec{v}_B}{\left| \overrightarrow{CIR_{CB}B} \right|}$$

O, si no, así:

$$\vec{v}_C = \vec{\omega}_{CB} |CIR_{CB}C| \rightarrow \vec{\omega}_{CB} = \frac{\vec{v}_C}{|CIR_{CB}C|}$$

Conocida esa velocidad angular, ahora, analíticamente puede calcularse la velocidad lineal de cualquier punto del eslabón.

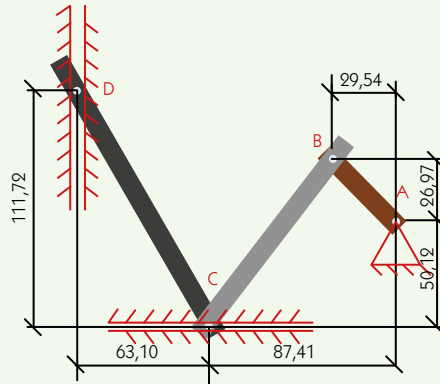


### ACTIVIDAD PROPUESTA 2.2

Partiendo de los datos proporcionados en la figura y considerando que el eslabón AB gira con una velocidad angular de 20 rad/s en sentido antihorario, se pide:

- Calcular la velocidad angular de cada eslabón.
- Obtener las velocidades lineales de los puntos de conexión entre eslabones.

Utiliza las cotas reflejadas en la figura para la resolución.

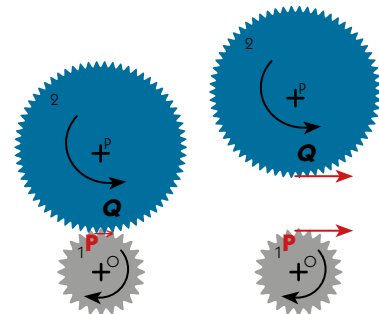


### 2.3.2. Relación de transmisión

El termino relación de transmisión se emplea normalmente en mecanismos transmisores de potencia, compuestos generalmente por elementos rotativos tales como engranajes, poleas, rodillos, cadenas, etc. La relación de transmisión se define como la relación entre o las velocidades angulares, o los diámetros o los números de dientes, o los pares de una pareja de engranajes, poleas, o de los elementos citados anteriormente.

Para definir exactamente el concepto de relación de transmisión, se analizará lo que sucede en el contacto entre los dientes de dos engranajes de dentado recto, mostrados en la figura 2.7, que forman parte de la cadena cinemática de una máquina.

El punto de contacto de los engranajes que se muestran en la figura es el punto P para el engranaje 1 y el Q para el engranaje 2. Estos puntos, coinciden en el instante mostrado en la figura y por lo tanto, poseen la misma velocidad lineal. Si no tuviesen la misma velocidad lineal, esos puntos no coincidirían, el punto P pasaría o un poco antes o después por el mismo sitio que el punto Q, y no se produciría el contacto.



**Figura 2.7**  
Deducción de la relación de transmisión en una pareja de engranajes

Teniendo en cuenta lo explicado en el apartado anterior, la velocidad de dichos puntos puede relacionarse con las velocidades angulares de los engranajes, respectivamente, así:

$$\vec{v}_P = \vec{\omega}_1 \cdot |\overline{CIR_1P}| = \vec{\omega}_1 \cdot r_1$$

$$\vec{v}_Q = \vec{\omega}_2 \cdot |\overline{CIR_2Q}| = \vec{\omega}_2 \cdot r_2$$

Si, como se ha indicado,  $\vec{v}_P = \vec{v}_Q$ :

$$\vec{\omega}_1 \cdot r_1 = \vec{\omega}_2 \cdot r_2 \rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

A estas relaciones, se les define como relación de transmisión ( $i$ ). En este ejemplo, los subíndices 1 y 2, que se refieren a los engranajes 1 y 2, respectivamente, hacen referencia al engranaje motriz (para el subíndice 1) y al engranaje conducido (para el subíndice 2). Esto es muy importante, dado que la relación de transmisión se define siempre en este sentido. Los resultados que se pueden obtener de esta relación son que esta sea menor que 1, 1 o mayor que 1, teniendo diferentes significados en cada caso.

$$i = \frac{\omega_{\text{motriz}}}{\omega_{\text{conducido}}} = \frac{r_{\text{conducido}}}{r_{\text{motriz}}}$$

Esto también es relacionable con el número de dientes que poseen los engranajes. Para entenderlo, deben tenerse en cuenta, aunque se hará hincapié sobre esto en el capítulo 6, un par de conceptos, el módulo de un engranaje y su diámetro primitivo. Para que dos engranajes puedan engranar deben poseer el mismo módulo. El módulo de un engranaje se calcula dividiendo su diámetro primitivo entre el número de dientes. El diámetro primitivo de un engranaje es el diámetro del círculo que describen los puntos de contacto de los engranajes al dar estos una vuelta completa, estos puntos se encuentran aproximadamente a la mitad de la altura del diente.

$$m_1 = \frac{\phi_{p1}}{Z_1} \qquad m_2 = \frac{\phi_{p2}}{Z_2}$$

Si, como se ha indicado,  $m_1 = m_2$ , teniendo en cuenta que 1 =  $m$  (motriz) y 2 =  $c$  (conducido):

$$\frac{\phi_{pm}}{Z_m} = \frac{\phi_{pc}}{Z_c} \rightarrow \frac{Z_c}{Z_m} = \frac{\phi_{pc}}{\phi_{pm}}$$

$$i = \frac{Z_c}{Z_m} = \frac{\phi_{pc}}{\phi_{pm}}$$

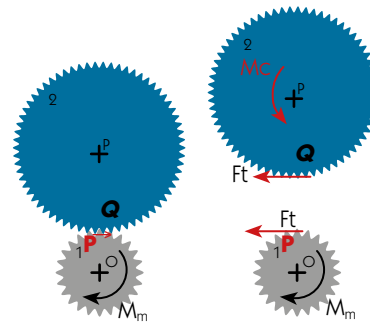
Así que, unificando todo:

$$i = \frac{\omega_{\text{motriz}}}{\omega_{\text{conducido}}} = \frac{r_{\text{conducido}}}{r_{\text{motriz}}} = \frac{\phi_{pc}}{\phi_{pm}} = \frac{Z_c}{Z_m}$$

- Si  $i < 1$ , el eje motriz gira más despacio que el conducido y la transmisión lo que hace es multiplicar la velocidad de salida.
- Si  $i = 1$ , el eje motriz gira lo mismo que el conducido y la transmisión lo que hace es, en el caso de engranajes, cambiar el sentido de giro del engranaje de entrada, y en el caso de -elementos rotativos que no están en contacto directo (transmisiones por poleas o cadenas), transmitir el giro a un eje alejado.
- Si  $i > 1$ , el eje motriz gira más rápido que el conducido y la transmisión lo que hace es multiplicar el par transmitido.

En lo que respecta a esto último, para visualizar la relación entre el par de entrada y el par de salida, se realizará una figura como se hizo con las velocidades.

**Figura 2.8**  
Par transmitido en una transmisión en una pareja de engranajes



En la figura 2.8 se muestra la pareja de engranajes anterior, pero indicando ahora la fuerza tangencial que existe en el punto de contacto entre los dos engranajes. La fuerza tangencial es idéntica en los dientes en contacto, debido al principio de acción y reacción explicado en el capítulo 1. El engranaje motriz actúa sobre el diente de contacto del engranaje conducido transmitiéndole el par a través de la fuerza tangencial que actúa en el diente. El par conducido calculado sobre el eje de rotación del engranaje, tal y como se vio en el capítulo 1, es proporcional a la distancia a la que se encuentra la dirección de la fuerza tangencial del centro de giro del engranaje. Por este motivo, y teniendo en cuenta lo siguiente:

$$M_m = F_t \cdot \frac{\phi_{pm}}{2} \rightarrow F_t = \frac{2 \cdot M_m}{\phi_{pm}} \qquad M_c = F_t \cdot \frac{\phi_{pc}}{2} \rightarrow F_t = \frac{2 \cdot M_c}{\phi_{pc}}$$

$$\frac{2 \cdot M_m}{\phi_{pm}} = \frac{2 \cdot M_c}{\phi_{pc}} \rightarrow \frac{\phi_{pc}}{\phi_{pm}} = \frac{M_c}{M_m}$$

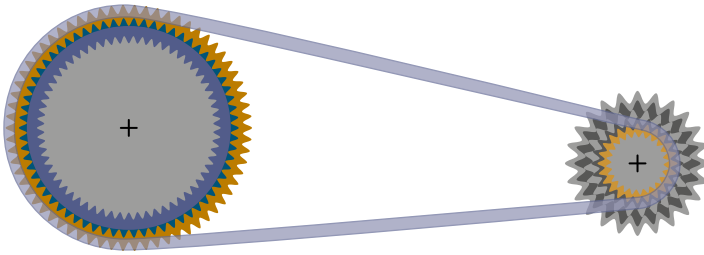
Esta última relación entre los pares de entrada y salida puede incorporarse a la relación de transmisión anterior, quedando todos los parámetros relacionados así:

$$i = \frac{\omega_{\text{motriz}}}{\omega_{\text{conducido}}} = \frac{r_{\text{conducido}}}{r_{\text{motriz}}} = \frac{\phi_{pc}}{\phi_{pm}} = \frac{Z_c}{Z_m} = \frac{M_c}{M_m}$$

Esta relación podrá emplearse de diferentes formas, en función de los datos que se conozcan de la transmisión que se esté analizando en cada momento.

Un ejemplo conocido, aunque quizás uno no haya reflexionado personalmente sobre esto, es el de una bicicleta con marchas. La transmisión de la bicicleta se compone generalmente por 3 platos montados sobre el eje de los pedales, eje motriz, y 7 piñones, montados sobre el eje de la rueda trasera, eje conducido. En la figura 2.9 se muestra un ejemplo.

Los platos van numerados del 1 al 3, de menor a mayor diámetro o número de dientes, pero los piñones del 1 al 7, de mayor a menor diámetro o número de dientes, como se ve en el cuadro 2.1.



**Figura 2.9**  
Transmisión de una bicicleta de marchas

**CUADRO 2.1.** Datos de la transmisión de una bicicleta de marchas

Platos	N.º de dientes	Piñones	N.º de dientes
1	31	1	33
2	44	2	29
3	57	3	25
		4	23
		5	21
		6	19
		7	15

Cuando se necesita ascender por una pendiente pronunciada, se engrana el plato 1 con el piñón 1 (plato pequeño-piñón grande), porque la relación de transmisión es la más pequeña de todas, permitiendo que con una vuelta completa de los pedales, la rueda trasera gire lo mismo o casi lo mismo.

$$i = \frac{Z_c}{Z_m} = \frac{Z_{\text{piñón 1}}}{Z_{\text{plato 1}}} = \frac{33}{31} = 1,06$$

Por una vuelta completa de los pedales, la rueda trasera da un poco más de una vuelta completa. Esto obliga a pedalear mucho, avanzando poco ejerciendo un par motriz muy próximo al conducido (*par a vencer para poder ascender*).

$$i = \frac{Z_c}{Z_m} = 1,06 \rightarrow$$

Sin embargo, cuando en una pista horizontal se pretende alcanzar una velocidad elevada, se debe engranar el plato 3 con el piñón 7, para que con una vuelta del pedal la rueda trasera de muchas más vueltas, aunque sea necesario aplicar mayor esfuerzo sobre el eje motriz, un par 3,8 veces más grande que el *par* a vencer, por eso esa combinación de plato-piñón, no se emplea para ascender pendientes.

$$i = \frac{Z_c}{Z_m} = \frac{Z_{\text{piñón 7}}}{Z_{\text{plato 3}}} = \frac{15}{57} = 0,26$$

$$i = \frac{M_c}{M_m} = 0,26 \rightarrow M_m = \frac{M_c}{0,26} \rightarrow M_m = 3,8 \cdot M_c$$



### ACTIVIDAD GRUPAL 2.1

Tomando como referencia ejemplos como la bicicleta, discutid en grupo cómo influye la relación de transmisión en el rendimiento de una máquina. Analizad distintas situaciones de uso (alta velocidad, carga elevada, arranque) y argumentad qué configuraciones son más adecuadas en cada caso. Valorad también el impacto en el consumo energético y en el desgaste de los componentes.

### 2.3.3. Tipos de transmisiones mecánicas

Una vez explicado el concepto de relación de transmisión, se van a presentar algunas aplicaciones de este sobre transmisiones de correas, engranajes, cadenas, tornillos sinfín y combinación de estas.

#### A) Transmisiones de engranajes

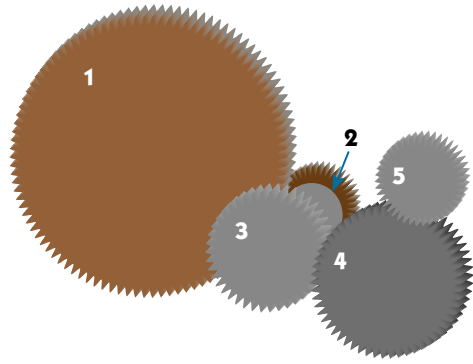
Las transmisiones constituidas por engranajes, sean del tipo que sean, basan su funcionamiento en el giro y la transmisión de este mediante el contacto de sus dientes. El número de dientes en contacto, a efectos del cálculo resistente, siempre es 1, y la manera en que contacta el diente depende del tipo de engranaje y de la forma del diente. Estas transmisiones se emplean para transmitir potencia entre ejes que no se encuentran muy alejados, porque la distancia entre estos repercute en el tamaño de los engranajes y por lo tanto en la relación de transmisión. Dependiendo del tipo de engranajes que se empleen, la transmisión de potencia podrá llevarse a cabo entre ejes paralelos, que se cruzan o que se cortan. Todo esto depende del tipo de engranaje, que se detallará en el capítulo 6.

Las características más relevantes de este tipo de transmisiones son que requieren lubricación, para reducir al máximo el desgaste de los dientes de los engranajes; en general, produce ruido debido al contacto directo entre los dientes de los engranajes (aunque este nivel de ruido varía entre tipos de engranajes); no admiten desalineaciones entre los ejes u holguras, porque provocan un mal contacto entre los dientes y terminan produciendo la rotura de estos; son robustas y permiten transmitir pares elevados.

Haciendo una clasificación de las transmisiones mecánicas de engranajes en función de cómo se produce el contacto entre estos, se puede decir que estas pueden ser fijas, como la que se muestra en la figura, en las que cada pareja de engranajes siempre se mantiene en contacto o múltiples, como las que poseen las máquinas-herramienta o los vehículos, en las que los engranajes en contacto se van seleccionando a través del accionamiento de un embrague. Dentro de estos dos tipos hay más clasificaciones, pero solo se hará mención a una que difiere del resto por cómo varía su configuración, las transmisiones de engranajes epicicloidales.

Sobre una transmisión de engranajes fija, como la de la figura 2.10, va a calcularse el concepto de relación de transmisión en global.

En el cuadro 2.2 se muestran los datos de los engranajes de la figura 2.10. Se ve aquí la relación de transmisión pareja a pareja de engranajes, sus velocidades y su sentido de giro.



**Figura 2.10**  
Transmisión de engranajes

**CUADRO 2.2.** Datos de la transmisión de engranajes de la figura 2.10

Engranaje n.º	N.º de dientes
1	106
2	27
3	44
4	56
5	28

$$i_{1-2} = \frac{Z_1}{Z_2}; i_{2-3} = 1; i_{3-4} = \frac{Z_3}{Z_4}; i_{4-5} = \frac{Z_4}{Z_5}$$

La relación de transmisión entre el engranaje 2 y el 3 es de 1, no porque posean el mismo diámetro o el mismo número de dientes, sino porque están montados sobre el mismo eje y por lo tanto poseen la misma velocidad angular. Asimismo, el par transmitido por el engranaje 3 al 4 es el mismo que ha recibido el engranaje 2.

La relación total de la transmisión, entre el engranaje 1 y el 5 se calcula multiplicando entre sí las relaciones de transmisión de cada pareja de engranajes que la componen.

$$i_{1-5} = i_{1-2} \cdot i_{2-3} \cdot i_{3-4} \cdot i_{4-5} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot 1 \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \cdot \frac{Z_4}{Z_5} \rightarrow i_{1-5} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_5}$$